

Αριθμός Μητρώου:  $\Psi_1\Psi_2\Psi_3\Psi_4\Psi_5$  (π.χ. 09842 ή 11235)

↓0 ↓1 ↓2 ↓3 ↓4 ↓5 ↓6 ↓7 ↓8 ↓9  
 $\Psi_1 \rightarrow$  ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○  
 $\Psi_2 \rightarrow$  ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○  
 $\Psi_3 \rightarrow$  ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○  
 $\Psi_4 \rightarrow$  ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○  
 $\Psi_5 \rightarrow$  ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ  
ΚΥΡΙΑΚΟΣ Γ. ΜΑΥΡΙΔΗΣ (ΛΕΚΤΟΡΑΣ)  
**ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ 1**  
**ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΧΕΙΜΕΡΙΝΟΥ ΕΞΑΜΗΝΟΥ**  
**04 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2019**

Με τη συμμετοχή σας στην εξέταση αποδέχεστε τα όσα αναφέρονται στον Κανονισμό Εξετάσεων του Τμήματος και στον Κανονισμό Εξετάσεων του Μαθήματος, όπως αυτοί δημοσιεύονται στους αντίστοιχους ιστοχώρους.

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ (09:00-10:20)

Το δεύτερο μέρος αρχίζει στις **10:40 ακριβώς**.

- Θεωρούμε τυχούσα συνάρτηση  $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ .
- Θεωρούμε τυχούσα ακολουθία  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  στοιχείων του  $[0, +\infty)$ , με  $\lim x_n = 1$ .
- Για την μελέτη οποιουδήποτε ορίου, πρέπει υποχρεωτικά να χρησιμοποιηθεί ο αντίστοιχος ορισμός.

**1. Μονάδες: 1.0** Βαθμός: ○ ○ <sup>1</sup>○ ○ <sup>2</sup>○ ○ <sup>3</sup>○ ○ <sup>4</sup>○ ○ <sup>5</sup>○ ○ Εκτίμηση Φοιτητή: .....

Αν  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ , εξετάστε το  $\lim f(nx_n)$ .

**2. Μονάδες: 1.0** Βαθμός: ○ ○ <sup>1</sup>○ ○ <sup>2</sup>○ ○ <sup>3</sup>○ ○ <sup>4</sup>○ ○ <sup>5</sup>○ ○ Εκτίμηση Φοιτητή: .....

Αν  $f(0) = f'(0) = 3$ , εξετάστε το  $\lim f\left(\frac{x_n}{n}\right)$ .

**3. Μονάδες: 1.0** Βαθμός: ○ ○ <sup>1</sup>○ ○ <sup>2</sup>○ ○ <sup>3</sup>○ ○ <sup>4</sup>○ ○ <sup>5</sup>○ ○ Εκτίμηση Φοιτητή: .....

Αν

$$\lim \frac{f(x_n) - f(1)}{x_n - 1} \neq \lim \frac{n \left( f\left(\frac{(n+1)x_n}{n}\right) - f(1) \right)}{n(x_n - 1) + x_n}$$

εξετάστε την παραγωγισιμότητα της  $f$  στο 1.

**4. Μονάδες: 1.0** Βαθμός: ○ ○ <sup>1</sup>○ ○ <sup>2</sup>○ ○ <sup>3</sup>○ ○ <sup>4</sup>○ ○ <sup>5</sup>○ ○ Εκτίμηση Φοιτητή: .....

Αν η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $[2, 3]$  και  $f(2) = f(3) = f'(2) = 4$ , εξετάστε αν υπάρχει  $\xi_1 \in (2, 3)$  με  $f'(\xi_1) < 0$ .

**5. Μονάδες: 1.0** Βαθμός: ○ ○ <sup>1</sup>○ ○ <sup>2</sup>○ ○ <sup>3</sup>○ ○ <sup>4</sup>○ ○ <sup>5</sup>○ ○ Εκτίμηση Φοιτητή: .....

Αν  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  και η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $[10, +\infty)$ , εξετάστε την ύπαρξη του  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$ .

Αριθμός Μητρώου:  $\Psi_1\Psi_2\Psi_3\Psi_4\Psi_5$  (π.χ. 09842 ή 11235)

↓0 ↓1 ↓2 ↓3 ↓4 ↓5 ↓6 ↓7 ↓8 ↓9  
 $\Psi_1 \rightarrow$  ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○  
 $\Psi_2 \rightarrow$  ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○  
 $\Psi_3 \rightarrow$  ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○  
 $\Psi_4 \rightarrow$  ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○  
 $\Psi_5 \rightarrow$  ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ  
ΚΥΡΙΑΚΟΣ Γ. ΜΑΥΡΙΔΗΣ (ΛΕΚΤΟΡΑΣ)  
**ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ 1**  
**ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΧΕΙΜΕΡΙΝΟΥ ΕΞΑΜΗΝΟΥ**  
**04 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2019**

Με τη συμμετοχή σας στην εξέταση αποδέχεστε τα όσα αναφέρονται στον Κανονισμό Εξετάσεων του Τμήματος και στον Κανονισμό Εξετάσεων του Μαθήματος, όπως αυτοί δημοσιεύονται στους αντίστοιχους ιστοχώρους.

**ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ (10:40-12:00)**

- Θεωρούμε τυχούσα συνάρτηση  $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ .
- Θεωρούμε τυχούσα ακολουθία  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  στοιχείων του  $[0, +\infty)$ , με  $\lim x_n = +\infty$ .
- Για την μελέτη οποιουδήποτε ορίου, πρέπει υποχρεωτικά να χρησιμοποιηθεί ο αντίστοιχος ορισμός.

**1. Μονάδες: 1.0** Βαθμός: ○ ○ <sup>1</sup>○ ○ ○ <sup>2</sup>○ ○ ○ <sup>3</sup>○ ○ ○ <sup>4</sup>○ ○ ○ <sup>5</sup>○ ○ ○ Εκτίμηση Φοιτητή: .....

Αν η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $[10, +\infty)$ ,  $f'(10) > 0$  και  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ , εξετάστε αν υπάρχει  $\xi_2 \in (10, +\infty)$  με  $f'(\xi_2) = 0$ .

**2. Μονάδες: 1.0** Βαθμός: ○ ○ <sup>1</sup>○ ○ ○ <sup>2</sup>○ ○ ○ <sup>3</sup>○ ○ ○ <sup>4</sup>○ ○ ○ <sup>5</sup>○ ○ ○ Εκτίμηση Φοιτητή: .....

Αν η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $[10, +\infty)$ ,  $f'(10) > 0$  και  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ , εξετάστε αν υπάρχει  $\xi_3 \in (10, +\infty)$  με  $f''(\xi_3) = 0$ .

**3. Μονάδες: 1.0** Βαθμός: ○ ○ <sup>1</sup>○ ○ ○ <sup>2</sup>○ ○ ○ <sup>3</sup>○ ○ ○ <sup>4</sup>○ ○ ○ <sup>5</sup>○ ○ ○ Εκτίμηση Φοιτητή: .....

Αν η  $f$  είναι περιττή και παραγωγίσιμη στο  $(-\infty, +\infty)$  και η  $f'(x_n)$  αποκλίνει στο  $+\infty$ , εξετάστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x-1) + f(2-x)) .$$

**4. Μονάδες: 1.0** Βαθμός: ○ ○ <sup>1</sup>○ ○ ○ <sup>2</sup>○ ○ ○ <sup>3</sup>○ ○ ○ <sup>4</sup>○ ○ ○ <sup>5</sup>○ ○ ○ Εκτίμηση Φοιτητή: .....

Αν η  $f$  είναι συνεχής στο  $[0, +\infty)$  και  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ , εξετάστε αν η  $f$  έχει ελάχιστο στο  $[0, +\infty)$ .

**5. Μονάδες: 1.0** Βαθμός: ○ ○ <sup>1</sup>○ ○ ○ <sup>2</sup>○ ○ ○ <sup>3</sup>○ ○ ○ <sup>4</sup>○ ○ ○ <sup>5</sup>○ ○ ○ Εκτίμηση Φοιτητή: .....

Αν  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = l \in \mathbb{R}$  και  $f(x+y) = f(x) + f(y)$ , για όλα τα  $x, y \in [0, +\infty)$ , εξετάστε αν η  $f$  είναι συνεχής στο μηδέν.